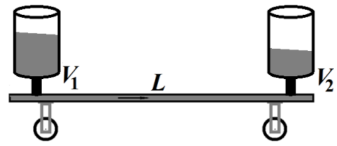
ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ
2019-2020 УЧ. ГОД
Решения к заданиям очного тура
11 класс

Вариант 1

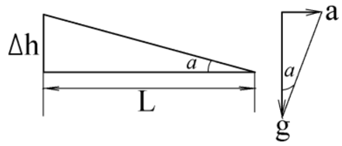
Задание 1.



Дано: $w = \Delta a/\Delta t = 10^{-5}$ м/с^3; $S = 5*10^{-3}$ м^2;

$L = 5$ м; $s = 10^{-6}$ м^2; $g = 10$ м/с^2.

Найти: v.



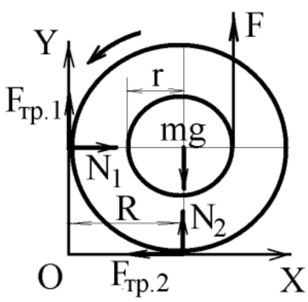
Перевод в СИ: все исходные данные уже в СИ.

Решение:

Если a – ускорение тележки, g – ускорение свободного падения, то: $\text{tg}a = a/g$ и $\text{tg}a = \Delta h/L$, где Δh – разность уровней жидкости в цилиндрах. Прямоугольные треугольники длин и ускорений являются подобными. Пусть за время Δt (т.к. Δt малая величина, то $a = \text{tg}a = \sin a$) ускорение изменится на Δa (где $\Delta a = w\cdot\Delta t$), тогда $\Delta h = L\cdot\text{tg}a = L\cdot\Delta a/g$, т.е. $\Delta V = S\cdot\Delta h = S\cdot L\cdot\Delta a/g = S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/g$, где ΔV – это объём жидкости в цилиндре высотой Δh. Т.е. через тонкую трубку пройдет объём $V = 0{,}5\cdot\Delta V = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/g$, т.е. «грань» жидкости в тонкой трубке сместится на $\Delta l = V/s = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/(g\cdot s)$, т.е. скорость жидкости в тонкой трубке равна $v = \Delta l/\Delta t = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/(g\cdot s\cdot\Delta t) = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w/(g\cdot s)$, т.е. $v = 0{,}5\cdot 5*10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-5}/(10\cdot 10^{-6}) = 1{,}25\cdot 10^{-2}$ м/с.

Ответ: $v = 1{,}2\cdot 10^{-2}$ м/с или $v = 1{,}3\cdot 10^{-2}$ м/с (любой из ответов считался верным).

Задание 2.



Дано: R = 2 см; m = 20 г; r = 1 см; $\mu = 0{,}1$.

Найти: F.

Перевод в СИ: R = 2 см = 0,02 м;

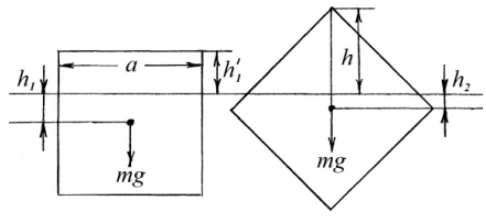
m = 20 г = 0,02 кг; r = 1 см = 0,01 м.

Решение:

В момент равновесия должно выполняться два условия: сумма всех сил действующих на тело должна равняться нулю и сумма всех моментов сил также должна равняться нулю. По оси ОХ: $N_1 – F_{тр.2} = 0$. По оси ОУ: $F_{тр.1} + N_2 + F – mg = 0$. Центр окружности считаем осью вращения: $F·r – F_{тр.1}·R – F_{тр.2}·R = 0$. По определению сила трения скольжения равна $F_{тр.} = μ·N$, где N – нормальная реакция опоры. С учетом этого определения уравнения примут вид: $N_1 – μ·N_2 = 0$ (т.е. $N_1 = μ·N_2$); $μ·N_1 + N_2 + F – mg = 0$; $F·r – μ·N_1·R – μ·N_2·R = 0$. Т.е. $μ·μ·N_2 + N_2 + F – mg = 0$ (т.е. $N_2 = (mg - F)/(μ^2 + 1)$); $F·r – μ·μ·N_2·R – μ·N_2·R = 0$ (т.е. $F = m·g·R·(μ + 1)·μ/[r·(μ^2 + 1) + μ·R·(μ + 1)]$). Подставим численные значения: $F = 0{,}02·10·0{,}02·(0{,}1 + 1)·0{,}1/[0{,}01·(0{,}1^2 + 1) + 0{,}1·0{,}02·(0{,}1 + 1)] = 0{,}036$ Н.

Ответ: F = 0,036 Н (при g = 10 м/с^2) или F = 0,035 Н (при g = 9,8 м/с^2) – оба ответа считались верными.

<u>Задание 3.</u>



Дано: m = 7 кг, L = 1 м, a = 10 см,

ρ = 1 г/см^3, g = 10 м/с^2.

Найти: ΔW.

Перевод в СИ: ρ = 1 г/см^3 = 1000 кг/м^3; a = 10 см = 0,1 м.

Решение:

Найдем плотность бруска: $ρ_{бруска} = m/V_{бруска} = m/(L·a^2) = 7/(1·0{,}1^2) = 700$ кг/м^3, т.е. брусок плавает и центр тяжести бруска (центр масс) находится ниже уровня жидкости. Т.к. L = const, то $V_1/V_2 = S_1/S_2$, где S – площадь сечения бруска. $V_1/V_2 = ρ_{бруска}/ρ = 700/1000 = 0{,}7$; т.е. $h_1^{|} = 0{,}3·a$; т.е. $h_1 = 0{,}5·a - 0{,}3·a = 0{,}2·a$, где h_1 - это расстояние от поверхности жидкости до центра масс бруска номер 1. Т.к. $h·h = 0{,}3·a^2$; то $h = a·0{,}5477$ и $h_2 = a·0{,}7071 – h = a·0{,}7071 - a·0{,}5477 = a·0{,}1594$. $ΔW = m·g·Δh = m·g·(h_1 – h_2) = m·g·(a·0{,}2 – a·0{,}1594) = m·g·a·0{,}0406 = 7·10·0{,}1·0{,}0406 = 0{,}28$ Дж.

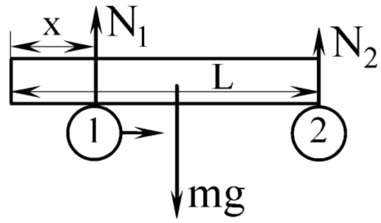
Ответ: ΔW = 0,28 Дж.

<u>Задание 4.</u>

Дано: μ = 0,2; μ_o = 0,3; L = 20 см; g = 10 м/с^2.

Найти: x.

Перевод в СИ: L = 20 см = 0,2 м.



Решение:

В момент равновесия должно выполняться два условия: сумма всех сил действующих на тело должна равняться нулю и сумма всех моментов сил также должна равняться нулю. Т.к. карандаш однороден, то можно считать, что вся масса карандаша сосредоточена в его центре. N_1 – нормальная реакция опоры в районе 1-го (левого) пальца в момент 1-й остановки карандаша, N_2 – нормальная реакция опоры в районе 2-го (правого) пальца в момент 1-й остановки карандаша. $N_1 + N_2 = m \cdot g$, т.е. $N_2 = m \cdot g - N_1$. $N_1 \cdot (0{,}5 \cdot L – x) = N_2 \cdot 0{,}5 \cdot L$; т.е. $N_1 \cdot (L – 2 \cdot x) = N_2 \cdot L$. $F_{тр.скольжения} = \mu \cdot N$ и $F_{тр.покоя} = \mu_o \cdot N$. В момент 1-ой остановки: $\mu \cdot N_1 = \mu_o \cdot N_2$. Т.е. $\mu \cdot N_1 = \mu_o \cdot (m \cdot g - N_1)$, откуда $N_1 = \mu_o \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)$. $N_2 = m \cdot g - N_1$. $= m \cdot g - \mu_o \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o) = \mu \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)$. Таким образом $[\mu_o \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)] \cdot (L – 2 \cdot x) = [\mu \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)] \cdot L$, откуда $x = L \cdot (\mu_o - \mu)/(2 \cdot \mu_o)$. Подставим цифровые данные: $x = 0{,}2 \cdot (0{,}3 – 0{,}2)/(2 \cdot 0{,}3) = 0{,}033$ м = 33 мм.

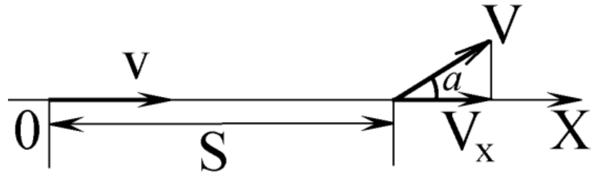
<u>Ответ:</u> x = 33 мм.

<u>Задание 5.</u>

Дано: a = 30°; S = 30 м; v = 54 км/час; V = 61,2 км/час.

Найти: t.

Перевод в СИ:



a = 30° = π/6 рад;

v = 54 км/час = 15 м/с;

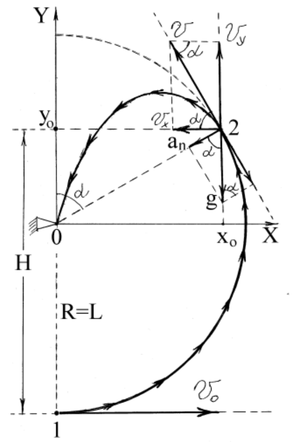
V = 61,2 км/час = 17 м/с.

Решение:

Величина скорости «удаления» механического зайца от собаки равна: $V_x = V \cdot \cos a$. Величина скорости «сближения» собаки и механического зайца равна: $V_{сближения} = v - V_x = v - V \cdot \cos a$. Искомое время t равно: $t = S/V_{сближения} = S/(v - V \cdot \cos a)$. Подставим численные значения: $t = 30/(15 - 17 \cdot 0{,}866) = 108$ с.

Ответ: $t = 108$ с.

Задание 6.



Дано: $L = 1$ м; $g = 10$ м/с^2.

Найти: v_0.

Перевод в СИ: все исходные данные уже в СИ.

Решение:

Точка 1 – это начало траектории движения. Точка 2 – это конец движения по окружности и начало движения по параболе. $L = R$ – это радиус траектории движения в начале движения. О – точка подвеса и начало осей ОХ и ОУ. x_0 – координата по оси ОХ точки 2, y0 – координата по оси ОУ точки 2.

Пусть в точке 2 величина скорости равна v, т.к. после точки 2 ускорение постоянное, то: $x = x_0 + v_{0x} \cdot t + a_x \cdot t^2/2$ и $y = y_0 + v_{0y} \cdot t + a_y \cdot t^2/2$; где $x_0 = R \cdot \sin a$, $y_0 = R \cdot \cos a$, $v_{0x} = -v \cdot \cos a$, $v_{0y} = v \cdot \sin a$. Т.е. $x = R \cdot \sin a - v \cdot \cos a \cdot t$ и $y = R \cdot \cos a + v \cdot \sin a \cdot t - g \cdot t^2/2$. В точке подвеса $x = 0$ и $y = 0$. Т.е. $0 = R \cdot \sin a - v \cdot \cos a \cdot t$ и $0 = R \cdot \cos a + v \cdot \sin a \cdot t - g \cdot t^2/2$, поэтому $t = R \cdot \sin a/(v \cdot \cos a)$ и $0 = R \cdot \cos a + v \cdot \sin a \cdot R \cdot \sin a/(v \cdot \cos a) - g \cdot [R \cdot \sin a/(v \cdot \cos a)]^2/2$. В точке 2: $a_n = v^2/R$ и $a_n = g \cdot \cos a$, т.е. $v^2/R = g \cdot \cos a$ или $v^2 = g \cdot R \cdot \cos a$. Т.е. по оси ОУ: $0 = R \cdot \cos a + R \cdot \sin^2 a/\cos a - g \cdot R^2 \cdot \sin^2 a/[2 \cdot g \cdot R \cdot \cos a \cdot \cos^2 a]$ или $0 = R \cdot \cos a + R \cdot \sin^2 a/\cos a - R \cdot \sin^2 a/[2 \cdot \cos a \cdot \cos^2 a]$. Таким образом: $0 = 2 \cdot \cos^4 a + \sin^2 a \cdot 2 \cdot \cos^2 a - \sin^2 a$ или $0 = 2 \cdot \cos^4 a + \sin^2 a \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1)$. Т.к. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, то $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$, поэтому $0 = 2 \cdot \cos^4 a + (1 - \cos^2 a) \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1)$. Если заменим $\cos^2 a$ на z, то получим: $0 = 2 \cdot z^2 + (1 - z)(2 \cdot z - 1)$ или $0 = 3 \cdot z - 1$, т.е. $z = 1/3$ или $\cos^2 a = 1/3$, т.е. $\cos a = 3^{1/2}/3$. Пусть масса материальной точки равна m. В точке 2 сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки равна кинетической энергии в точке 1: $m \cdot v_0^2/2 = m \cdot g \cdot H + m \cdot v^2/2$, т.е. $v_0^2/2 = g \cdot (R + R \cdot \cos a) + v^2/2$ или $v_0^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + \cos a) + v^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + \cos a) + g \cdot R \cdot \cos a =$

$g \cdot R \cdot (3 \cdot \cos a + 2)$. Т.е. $v_0 = [g \cdot R \cdot (3 \cdot \cos a + 2)]^{1/2}$. Подставим численные значения: $v_0 = [10 \cdot 1 \cdot (3 \cdot 3^{1/2}/3 + 2)]^{1/2} = 6{,}1$ м/с.

Ответ: $v_0 = 6{,}1$ м/с.

Задание 7.

Дано: $R_1 = 10$ см; $R_2 = 20$ см; $q_1 = q_2 = q = 40$ нКл.

Найти: Δq.

Перевод в СИ: $R_1 = 10$ см $= 0{,}1$ м; $R_2 = 20$ см $= 0{,}2$ м;

$q_1 = q_2 = 40$ нКл $= 40 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение:

Потенциалы шариков до соединения: $\varphi_1 = k \cdot q/R_1$ и $\varphi_2 = k \cdot q/R_2$, т.к. $R_1 < R_2$, то $\varphi_1 > \varphi_2$ и после соединения шариков длинным тонким проводником ток потечет от шарика 1 к шарику 2 (а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1). Пусть $q_1°$ - заряд 1-го шарика после соединения, а $q_2°$ - заряд 2-го шарика после соединения. По закону сохранения заряда $q_1° + q_2° = 2 \cdot q$, поэтому $q_2° = 2 \cdot q - q_1°$. Т.к. $\varphi_1° = \varphi_2°$, то $k \cdot q_1°/R_1 = k \cdot (2 \cdot q - q_1°)/R_2$, откуда $q_1° = 2 \cdot q \cdot R_1/(R_1 + R_2)$. Поэтому $\Delta q = q_1 - q_1° = q - 2 \cdot q \cdot R_1/(R_1 + R_2) = q \cdot (R_2 - R_1)/(R_2 + R_1)$. Подставим численные значения: $\Delta q = 40 \cdot 10^{-9} \cdot (0{,}2 – 0{,}1)/(0{,}2 + 0{,}1) = 13{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл $= 13$ нКл.

Ответ: $\Delta q = 13$ нКл, ток потечет от шарика 1 к шарику 2 (а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1).

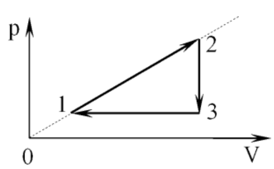
Задание 8.

Дано: Тепловой цикл, проводимый с двухатомным разреженным газом, состоит из изохоры, изобары и прямой, проходящей через начало координат.

Найти: Максимальное значение КПД такого цикла.

Перевод в СИ: считаем, что все исходные данные уже в СИ.

Решение:



На участке 1-2 давление меняется по закону: $p = a \cdot V$, где a – коэффициент пропорциональности. Пусть $V_1 = V_0$, тогда

$V_2 = n \cdot V_0$, где $n > 1$. Пусть $p_1 = p_0$, тогда $p_2 = n \cdot p_0$, где $n > 1$. Т.к. газ двухатомный, то число степеней свободы $i = 5$ и внутренняя энергия равна $U = i \cdot p \cdot V/2 = 5 \cdot p \cdot V/2$. Первое начало термодинамики $Q = A + \Delta U$. КПД $= A/Q_{полученное}$. Процесс 1-2: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$, где $A = p \cdot \Delta V$. Поэтому $A_{12} = (p_1 + p_2) \cdot (V_2 - V_1)/2 = (p_0 + n \cdot p_0) \cdot (n \cdot V_0 - V_0)/2 = p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1)/2$. $\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = 5 \cdot p_2 \cdot V_2/2 - 5 \cdot p_1 \cdot V_1/2 = 5 \cdot n \cdot p_0 \cdot n \cdot V_0/2 - 5 \cdot p_0 \cdot V_0/2 = 5 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1)/2$. $Q_{12} = p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1)/2 + 5 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1)/2 = 3 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1) > 0$. Процесс 2-3: $Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$, $A_{23} = 0$, $\Delta U_{23} = U_3 - U_2 = 5 \cdot p_1 \cdot V_2/2 - 5 \cdot p_2 \cdot V_2/2 = - 5 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - n)/2 < 0$. $Q_{23} = - 5 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - n)/2 < 0$. Процесс 3-1: $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$, $A_{31} = p_1 \cdot (V_1 - V_2) = p_0 \cdot (V_0 - n \cdot V_0) < 0$. $\Delta U_{31} = U_1 - U_3 = 5 \cdot p_1 \cdot V_1/2 - 5 \cdot p_1 \cdot V_2/2 = 5 \cdot p_0 \cdot V_0/2 - 5 \cdot p_0 \cdot n \cdot V_0/2 = - 5 \cdot p_0 \cdot (n - 1) \cdot V_0/2 < 0$. $Q_{31} = p_0 \cdot (V_0 - n \cdot V_0) - 5 \cdot p_0 \cdot (n - 1) \cdot V_0/2 < 0$. КПД $= A/Q_{полученное} = (A_{12} + A_{31})/Q_{12} = (p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1)/2 - p_0 \cdot V_0 \cdot (n - 1))/(3 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 - 1)) = (n - 1)/(6 \cdot (n + 1))$.

При n стремящемся к бесконечности КПД стремится к 1/6, т.е. КПД$_{max}$ = 1/6 = 17 %.

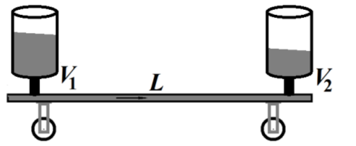
Ответ: КПД$_{max}$ = 1/6 = 17 %.

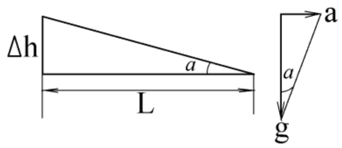
ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ
2019-2020 УЧ. ГОД

Решения к заданиям очного тура
11 класс

Вариант 2

Задание 1.





Дано: $w = \Delta a/\Delta t = 10^{-5}$ м/с^3; $S = 5*10^{-3}$ м^2;

$L = 10$ м; $s = 10^{-6}$ м^2; $g = 10$ м/с^2.

Найти: v.

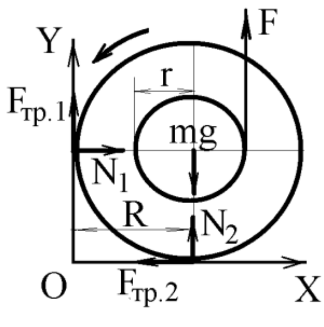
Перевод в СИ: все исходные данные уже в СИ.

Решение:

Если a – ускорение тележки, g – ускорение свободного падения, то: $\text{tg}a = a/g$ и $\text{tg}a = \Delta h/L$, где Δh – разность уровней жидкости в цилиндрах. Прямоугольные треугольники длин и ускорений являются подобными. Пусть за время Δt (т.к. Δt малая величина, то $a = \text{tg}a = \sin a$) ускорение изменится на Δa (где $\Delta a = w\cdot\Delta t$), тогда $\Delta h = L\cdot\text{tg}a = L\cdot\Delta a/g$, т.е. $\Delta V = S\cdot\Delta h = S\cdot L\cdot\Delta a/g = S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/g$, где ΔV – это объём жидкости в цилиндре высотой Δh. Т.е. через тонкую трубку пройдет объём $V = 0{,}5\cdot\Delta V = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/g$, т.е. «грань» жидкости в тонкой трубке сместится на $\Delta l = V/s = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/(g\cdot s)$, т.е. скорость жидкости в тонкой трубке равна $v = \Delta l/\Delta t = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w\cdot\Delta t/(g\cdot s\cdot\Delta t) = 0{,}5\cdot S\cdot L\cdot w/(g\cdot s)$, т.е. $v = 0{,}5\cdot 5*10^{-3}\cdot 10\cdot 10^{-5}/(10\cdot 10^{-6}) = 2{,}5\cdot 10^{-2}$ м/с.

Ответ: $v = 2{,}5\cdot 10^{-2}$ м/с.

Задание 2.



Дано: R = 4 см; m = 20 г; r = 2 см; μ = 0,1.

Найти: F.

Перевод в СИ: R = 4 см = 0,04 м;

m = 20 г = 0,02 кг; r = 2 см = 0,02 м.

Решение:

В момент равновесия должно выполняться два условия: сумма всех сил действующих на тело должна равняться нулю и сумма всех моментов сил также должна равняться нулю. По оси ОХ: $N_1 – F_{тр.2} = 0$. По оси ОУ: $F_{тр.1} + N_2 + F – mg = 0$. Центр окружности считаем осью вращения: $F·r – F_{тр.1}·R – F_{тр.2}·R = 0$. По определению сила трения скольжения равна $F_{тр.} = μ·N$, где N – нормальная реакция опоры. С учетом этого определения уравнения примут вид: $N_1 – μ·N_2 = 0$ (т.е. $N_1 = μ·N_2$); $μ·N_1 + N_2 + F – mg = 0$; $F·r – μ·N_1·R – μ·N_2·R = 0$. Т.е. $μ·μ·N_2 + N_2 + F – mg = 0$ (т.е. $N_2 = (mg - F)/(μ^2 + 1)$); $F·r – μ·μ·N_2·R – μ·N_2·R = 0$ (т.е. $F = m·g·R·(μ + 1)·μ/[r·(μ^2 + 1) + μ·R·(μ + 1)]$). Подставим численные значения: $F = 0{,}02·10·0{,}04·(0{,}1 + 1)·0{,}1/[0{,}02·(0{,}1^2 + 1) + 0{,}1·0{,}04·(0{,}1 + 1)] = 0{,}036$ Н.

Ответ: F = 0,036 Н (при g = 10 м/с^2) или F = 0,035 Н (при g = 9,8 м/с^2) – оба ответа считались верными.

Задание 3.

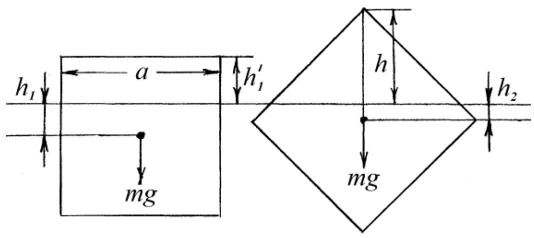
Дано: m = 9 кг, L = 1 м, a = 10 см,

ρ = 1 г/см^3, g = 10 м/с^2.

Найти: ΔW.

Перевод в СИ: ρ = 1 г/см^3 = 1000 кг/м^3;

a = 10 см = 0,1 м.

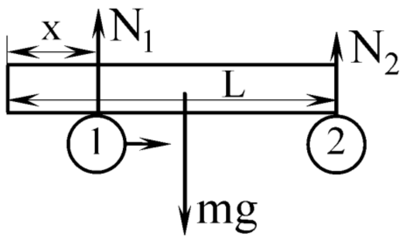


Решение:

Найдем плотность бруска: $ρ_{бруска} = m/V_{бруска} = m/(L·a^2) = 9/(1·0{,}1^2) = 900$ кг/м^3, т.е. брусок плавает и центр тяжести бруска (центр масс) находится ниже уровня жидкости. Т.к. L = const, то $V_1/V_2 = S_1/S_2$, где S – площадь сечения бруска. $V_1/V_2 = ρ_{бруска}/ρ = 900/1000 = 0{,}9$; т.е. $h_1^{|} = 0{,}1·a$; т.е. $h_1 = 0{,}5·a - 0{,}1·a = 0{,}4·a$, где h_1 - это расстояние от поверхности жидкости до центра масс бруска номер 1. Т.к. $h·h = 0{,}1·a^2$; то $h = a·0{,}3162$ и $h_2 = a·0{,}7071 – h = a·0{,}7071 - a·0{,}3162 = a·0{,}3909$. $ΔW = m·g·Δh = m·g·(h_1 – h_2) = m·g·(a·0{,}4 – a·0{,}3909) = m·g·a·0{,}0091 = 9·10·0{,}1·0{,}0091 = 0{,}082$ Дж.

Ответ: ΔW = 0,082 Дж.

Задание 4.



Дано: $\mu = 0{,}2$; $\mu_o = 0{,}25$; $L = 20$ см; $g = 10$ м/с^2.

Найти: x.

Перевод в СИ: $L = 20$ см $= 0{,}2$ м.

Решение:

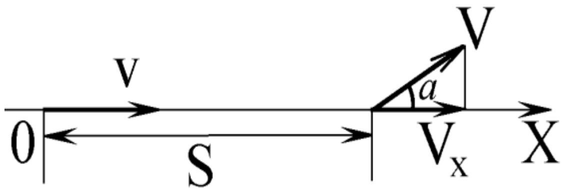
В момент равновесия должно выполняться два условия: сумма всех сил действующих на тело должна равняться нулю и сумма всех моментов сил также должна равняться нулю. Т.к. карандаш однороден, то можно считать, что вся масса карандаша сосредоточена в его центре. N_1 – нормальная реакция опоры в районе 1-го (левого) пальца в момент 1-й остановки карандаша, N_2 – нормальная реакция опоры в районе 2-го (правого) пальца в момент 1-й остановки карандаша. $N_1 + N_2 = m \cdot g$, т.е. $N_2 = m \cdot g - N_1$. $N_1 \cdot (0{,}5 \cdot L – x) = N_2 \cdot 0{,}5 \cdot L$; т.е. $N_1 \cdot (L – 2 \cdot x) = N_2 \cdot L$. $F_{тр.скольжения} = \mu \cdot N$ и $F_{тр.покоя} = \mu_o \cdot N$. В момент 1-ой остановки: $\mu \cdot N_1 = \mu_o \cdot N_2$. Т.е. $\mu \cdot N_1 = \mu_o \cdot (m \cdot g - N_1)$, откуда $N_1 = \mu_o \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)$. $N_2 = m \cdot g - N_1$. $= m \cdot g - \mu_o \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o) = \mu \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)$. Таким образом $[\mu_o \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)] \cdot (L – 2 \cdot x) = [\mu \cdot m \cdot g/(\mu + \mu_o)] \cdot L$, откуда $x = L \cdot (\mu_o - \mu)/(2 \cdot \mu_o)$. Подставим цифровые данные: $x = 0{,}2 \cdot (0{,}25 – 0{,}2)/(2 \cdot 0{,}25) = 0{,}02$ м $= 20$ мм.

Ответ: x = 20 мм.

Задание 5.

Дано: $a = 30°$; $S = 30$ м; $v = 54$ км/час;

$V = 57{,}6$ км/час.



Найти: t.

Перевод в СИ: $a = 30° = \pi/6$ рад;

$v = 54$ км/час $= 15$ м/с;

$V = 57{,}6$ км/час $= 16$ м/с.

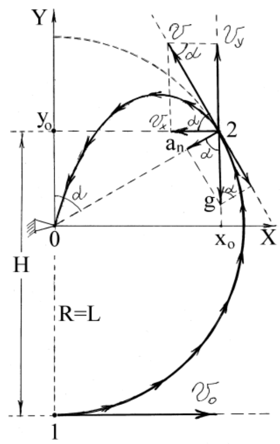
Решение:

Величина скорости «удаления» механического зайца от собаки равна: $V_x = V \cdot \cos a$. Величина скорости «сближения» собаки и механического зайца равна:

$V_{сближения} = v - V_x = v - V\cdot\cos a$. Искомое время t равно: $t = S/V_{сближения} = S/(v - V\cdot\cos a)$. Подставим численные значения: $t = 30/(15 - 16\cdot 0{,}866) = 26$ с.

Ответ: t = 26 с.

<u>Задание 6.</u>



Дано: L = 1 м; $g = 10$ м/с^2, m = 20 г.

Найти: p_0.

Перевод в СИ: m = 20 г = 0,02 кг.

Решение:

Точка 1 – это начало траектории движения. Точка 2 – это конец движения по окружности и начало движения по параболе. L = R – это радиус траектории движения в начале движения. O – точка подвеса и начало осей OX и OY. x_0 – координата по оси OX точки 2, y0 – координата по оси OY точки 2. Пусть в точке 2 величина скорости равна v, т.к. после точки 2 ускорение постоянное, то: $x = x_0 + v_{0x}\cdot t + a_x\cdot t^2/2$ и $y = y_0 + v_{0y}\cdot t + a_y\cdot t^2/2$; где $x_0 = R\cdot\sin a$, $y_0 = R\cdot\cos a$, $v_{0x} = -v\cdot\cos a$, $v_{0y} = v\cdot\sin a$. Т.е. $x = R\cdot\sin a - v\cdot\cos a\cdot t$ и $y = R\cdot\cos a + v\cdot\sin a\cdot t - g\cdot t^2/2$. В точке подвеса x = 0 и y = 0. Т.е. $0 = R\cdot\sin a - v\cdot\cos a\cdot t$ и $0 = R\cdot\cos a + v\cdot\sin a\cdot t - g\cdot t^2/2$, поэтому $t = R\cdot\sin a/(v\cdot\cos a)$ и $0 = R\cdot\cos a + v\cdot\sin a\cdot R\cdot\sin a/(v\cdot\cos a) - g\cdot[R\cdot\sin a/(v\cdot\cos a)]^2/2$. В точке 2: $a_n = v^2/R$ и $a_n = g\cdot\cos a$, т.е. $v^2/R = g\cdot\cos a$ или $v^2 = g\cdot R\cdot\cos a$. Т.е. по оси OY: $0 = R\cdot\cos a + R\cdot\sin^2 a/\cos a - g\cdot R^2\cdot\sin^2 a/[2\cdot g\cdot R\cdot\cos a\cdot\cos^2 a]$ или $0 = R\cdot\cos a + R\cdot\sin^2 a/\cos a - R\cdot\sin^2 a/[2\cdot\cos a\cdot\cos^2 a]$. Таким образом: $0 = 2\cdot\cos^4 a + \sin^2 a\cdot 2\cdot\cos^2 a - \sin^2 a$ или $0 = 2\cdot\cos^4 a + \sin^2 a\cdot(2\cdot\cos^2 a - 1)$. Т.к. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, то $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$, поэтому $0 = 2\cdot\cos^4 a + (1 - \cos^2 a)\cdot(2\cdot\cos^2 a - 1)$. Если заменим $\cos^2 a$ на z, то получим: $0 = 2\cdot z^2 + (1 - z)(2\cdot z - 1)$ или $0 = 3\cdot z - 1$, т.е. z = 1/3 или $\cos^2 a = 1/3$, т.е. $\cos a = 3^{1/2}/3$. Пусть масса материальной точки равна m. В точке 2 сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки равна кинетической энергии в точке 1: $m\cdot v_0^2/2 = m\cdot g\cdot H + m\cdot v^2/2$, т.е. $v_0^2/2 = g\cdot(R + R\cdot\cos a) + v^2/2$ или $v_0^2 = 2\cdot g\cdot R\cdot(1 + \cos a) + v^2 = 2\cdot g\cdot R\cdot(1 + \cos a) + g\cdot R\cdot\cos a =$

$g \cdot R \cdot (3 \cdot \cos a + 2)$. Т.е. $v_0 = [g \cdot R \cdot (3 \cdot \cos a + 2)]^{1/2}$. Подставим численные значения: $v_0 = [10 \cdot 1 \cdot (3 \cdot 3^{1/2}/3 + 2)]^{1/2} = 6{,}1$ м/с. $p_0 = m \cdot v_0 = 0{,}02 \cdot 6{,}1 = 0{,}12$ кг·м/с.

Ответ: $p_0 = 0{,}12$ кг·м/с.

<u>Задание 7.</u>

Дано: $R_1 = 20$ см; $R_2 = 40$ см; $q_1 = q_2 = q = 40$ нКл.

Найти: Δq.

Перевод в СИ: $R_1 = 20$ см $= 0{,}2$ м; $R_2 = 40$ см $= 0{,}4$ м; $q_1 = q_2 = 40$ нКл $= 40 \cdot 10^{-9}$ Кл.

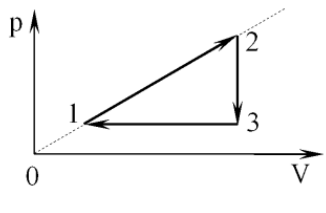
Решение:

Потенциалы шариков до соединения: $\varphi_1 = k \cdot q/R_1$ и $\varphi_2 = k \cdot q/R_2$, т.к. $R_1 < R_2$, то $\varphi_1 > \varphi_2$ и после соединения шариков длинным тонким проводником ток потечет от шарика 1 к шарику 2 (а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1). Пусть $q_1°$ - заряд 1-го шарика после соединения, а $q_2°$ - заряд 2-го шарика после соединения. По закону сохранения заряда $q_1° + q_2° = 2 \cdot q$, поэтому $q_2° = 2 \cdot q - q_1°$. Т.к. $\varphi_1° = \varphi_2°$, то $k \cdot q_1°/R_1 = k \cdot (2 \cdot q - q_1°)/R_2$, откуда $q_1° = 2 \cdot q \cdot R_1/(R_1 + R_2)$. Поэтому $\Delta q = q_1 - q_1° = q - 2 \cdot q \cdot R_1/(R_1 + R_2) = q \cdot (R_2 - R_1)/(R_2 + R_1)$. Подставим численные значения: $\Delta q = 40 \cdot 10^{-9} \cdot (0{,}4 – 0{,}2)/(0{,}4 + 0{,}2) = 13{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл $= 13$ нКл.

Ответ: $\Delta q = 13$ нКл, ток потечет от шарика 1 к шарику 2 (а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1)..

<u>Задание 8.</u>

Дано: Тепловой цикл, проводимый с трехатомным разреженным газом, состоит из изохоры, изобары и прямой, проходящей через начало координат.



Найти: Максимальное значение КПД такого цикла.

Перевод в СИ: считаем, что все исходные данные уже в СИ.

Решение:

На участке 1-2 давление меняется по закону: $p = a \cdot V$, где a – коэффициент пропорциональности. Пусть $V_1 = V_0$, тогда $V_2 = n \cdot V_0$, где $n > 1$. Пусть $p_1 = p_0$, тогда $p_2 = n \cdot p_0$, где $n > 1$. Т.к. газ трехатомный, то число степеней свободы $i = 6$ и внутренняя энергия равна $U = i \cdot p \cdot V/2 = 6 \cdot p \cdot V/2$. Первое начало термодинамики $Q = A + \Delta U$. КПД = $A/Q_{полученное}$. Процесс 1-2: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$, где $A = p \cdot \Delta V$. Поэтому $A_{12} = (p_1 + p_2) \cdot (V_2 – V_1)/2 = (p_0 + n \cdot p_0) \cdot (n \cdot V_0 – V_0)/2 = p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2$. $\Delta U_{12} = U_2 – U_1 = 6 \cdot p_2 \cdot V_2/2 - 6 \cdot p_1 \cdot V_1/2 = 6 \cdot n \cdot p_0 \cdot n \cdot V_0/2 - 6 \cdot p_0 \cdot V_0/2 = 6 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2$. $Q_{12} = p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2 + 6 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2 = 7 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2 > 0$. Процесс 2-3: $Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}$, $A_{23} = 0$, $\Delta U_{23} = U_3 – U_2 = 6 \cdot p_1 \cdot V_2/2 - 6 \cdot p_2 \cdot V_2/2 = - 6 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – n)/2 < 0$. $Q_{23} = - 6 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – n)/2 < 0$. Процесс 3-1: $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$, $A_{31} = p_1 \cdot (V_1 – V_2) = p_0 \cdot (V_0 – n \cdot V_0) < 0$. $\Delta U_{31} = U_1 – U_3 = 6 \cdot p_1 \cdot V_1/2 - 6 \cdot p_1 \cdot V_2/2 = 6 \cdot p_0 \cdot V_0/2 - 6 \cdot p_0 \cdot n \cdot V_0/2 = - 6 \cdot p_0 \cdot (n - 1) \cdot V_0/2 < 0$. $Q_{31} = p_0 \cdot (V_0 – n \cdot V_0) - 6 \cdot p_0 \cdot (n - 1) \cdot V_0/2 < 0$. КПД = $A/Q_{полученное} = (A_{12} + A_{31})/Q_{12} = (p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2 - p_0 \cdot V_0 \cdot (n – 1))/(7 \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot (n^2 – 1)/2) = (n -1)/(7 \cdot (n +1))$. При n стремящемся к бесконечности КПД стремится к 1/7, т.е. $КПД_{max} = 1/7 = 14$ %.

Ответ: $КПД_{max} = 1/7 = 14$ %.